



Desenvolvimento de *Software* para o Dimensionamento de Laje Maciça de Concreto Armado

Rithely Hermínio Silva ¹; Ramon Rodrigues Silva ²; Michael Dowglas de Gois Silva ³

Resumo

O dimensionamento de estruturas é realizado para resistir os esforços solicitados, ter um bom desempenho de serviço e durabilidade. Por anos os engenheiros estruturais gastavam dias e até semanas para detalhar seus projetos com o auxílio de calculadoras, fórmulas adimensionais e agregando probabilidade de falhas no dimensionamento por envolver uma série de particularidades. Hoje com o avanço tecnológico é possível desenvolver *softwares* capazes de dimensionar estruturas complexas em pouco tempo de operação e fazer análises de inúmeros casos possíveis. Com esse trabalho apresentamos a elaboração de um *software* em linguagem *Java*, que tem por objetivo executar cálculos de lajes maciças fundamentados na ABNT NBR 6118:2014 denominado CELM (Cálculo Estrutural de Laje Maciça). O programa desenvolvido será gratuito a acadêmicos de engenharia civil, uma vez que *softwares* comerciais como *CypeCAD*, *Eberick*, *TQS*, são de difícil acesso, possuem alto custo e exigem alto nível de conhecimento em cálculo estrutural. Para validação do programa será utilizado um dimensionamento manual de um pavimento tipo que segue os mesmos parâmetros empregados no *software*. O programa apresenta para o usuário uma interface limpa e ordenada com a inserção dos dados de fácil compreensão e comporta características de qualidade pedagógica para o qual é desenvolvido. Comparando com o cálculo manual, o CELM traz resultados satisfatórios no seu dimensionamento, tendo em vista poucas diferenças dos resultados.

Palavras-chave: *Software* Estrutural. *Java*. Cálculo Manual. Laje Maciça.

1. Introdução

A utilização de *softwares* estruturais ganhou muito espaço dentro do mercado da engenharia ultimamente, pois além de fornecer agilidade, precisão nos cálculos, otimização de custos e de tempo, os programas trazem resultados numéricos e visuais cada vez mais próximos ao comportamento real da estrutura.

O cálculo estrutural, conhecido como projeto estrutural, é o dimensionamento das estruturas que irão sustentar a edificação e transmitir seus esforços à fundação. Há anos esses cálculos estruturais eram realizados de forma manual, com auxílio de algumas calculadoras, onde os engenheiros gastavam dias e semanas dependendo da complexidade dos seus projetos (HENRIQUE; MONSUETO, 2014).

¹ rithelyherminio@hotmail.com. Graduando em Engenharia Civil, Universidade de Rio Verde.

² ramonrioverde@hotmail.com. Graduando em Engenharia Civil, Universidade de Rio Verde.

³ eng.michaeldowglas@gmail.com. Professor Mestre, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade de Rio Verde.

Hoje com computadores equipados com programas estruturais complexos, os cálculos manuais se tornaram desnecessários por conta da agilidade em obter resultados, pois o dimensionamento de uma estrutura é de alta complexidade e cálculos manuais demanda tempo para serem concluídos (KIMURA, 2007).

A otimização do tempo ao se utilizar um programa estrutural é evidente, apesar de existir inúmeras tabelas com fórmulas adimensionais, no cálculo manual elas limitam a visão do projetista como um todo, tornando sua aplicação mera substituição de números em uma equação. Além de fornecer em pouco tempo todas as informações de um dimensionamento ele permite fazer análises de inúmeros casos possíveis (BEZERRA, 2016).

Para Perrenoud (2000), o *software* automatiza operações repetidoras minimizando o tempo perdido e, por consequência, diminui o tempo de aprendizagem e melhor planejamento, que se dá pela análise crítica de investigação de como e porque tais resultados foram obtidos, se são coesos a ponto de testar novas ideias chegando em um melhor resultado.

Por permitir cálculos complexos com resultados rápidos, os programas não contribuem na obtenção de estruturas mais econômicas mesmo sendo operado corretamente, pois para o engenheiro sem o conhecimento necessário do uso de tal ferramenta pode facilmente cometer erros de operação, gerando o dimensionamento inadequado da estrutura. Por isso, os programas usam fatores de segurança acima da média evitando possíveis erros de dimensionamento (PALOSCHI, 2017).

Com essa aparente facilidade em elaborar um projeto, alguns profissionais simplesmente inserem os dados da estrutura, sem se preocupar muito com a forma que os cálculos são realizados. É de extrema importância o conhecimento teórico dos engenheiros civis que trabalham na área de estruturas, para que se evite o máximo de erros de cálculo, e que saibam analisar os resultados que são fornecidos pelos programas (CORAL, 2015).

A dificuldade dos professores, de modo geral, é unir o sistema tradicional de ensino ao sistema moderno de tecnologia, para que os estudantes, além do embasamento teórico, possam compreender os métodos utilizados dentro do mundo moderno (CAZALIS, 2000).

O ensino deve disponibilizar aos alunos instrumentos e técnicas diversas para solucionar problemas. Estimular a tarefa de serem pesquisadores de novos métodos para a ampliação de conhecimentos ligados à área profissional. Sendo o computador uma ferramenta de grande utilização, principalmente no que se refere a estruturas, ele não pode ficar de lado nas disciplinas analíticas estruturais na realização de cálculos e modelos matemáticos complexos de grande extensão (BRANCHIER, 2017).

Software educacional que agrega conhecimento aos alunos, de acordo com Giraffa (2009), é aquele que é bem contextualizado e que está próximo ao método de ensino e

instrução do professor, tendo em vista que muitos programas apresentam interfaces desordenadas, problemas de execução do sistema, falta de informação e assim por diante. Lucena (2018) afirma que para ser manuseado com fins didáticos, antes de tudo é preciso comportar características de qualidade a interface e a pertinência pedagógica para a qual o programa foi desenvolvido.

1.1. Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é a criação de um *software* em linguagem *Java* baseado na ABNT NBR 6118:2014 que segue os parâmetros de Carvalho e Figueiredo Filho (2016) chamado de CELM (Cálculo Estrutural de Laje Maciça) para que dimensione e detalhe lajes maciças, com concreto de classes C20 a C50.

Os objetivos específicos são:

- fazer uma análise de comparação de resultados do *software* com o cálculo manual feito por acadêmicos de engenharia civil da Universidade de Rio Verde Goiás – UniRV, que segue os mesmos parâmetros empregados no programa;
- disponibilizar o *software* desenvolvido para acadêmicos de engenharia civil;
- gerar um memorial de cálculo mostrando de forma detalhada os cálculos feitos pelo CELM, para fins de verificação.

2. Materiais e métodos

Para o desenvolvimento dos algoritmos com linguagem *Java* a estruturação deste trabalho se dá inicialmente por uma revisão bibliográfica por meio de pesquisas em sites, normas brasileiras, livros, artigos, dissertações, garantindo a coerência dos cálculos realizados pelo computador através da inserção dos dados no CELM, com os cálculos realizados manualmente.

Java foi a linguagem de programação escolhida para desenvolver o programa. Lançada no ano de 1995 pela empresa Norte Americana *Sun Microsystems* fundada no estado da Califórnia (EUA). Sua funcionalidade permite desempenho em qualquer tipo de aparelho dotado de sistema operacional, permitindo desenvolver algoritmos orientados a objetos, sendo simples de programar, ler e modificar (JAVA, 2018).

Essa escolha fez-se pela existência de um *software* chamado *NetBeans IDE 8.2*, uma das ferramentas existentes no mercado para desenvolvimento de programas em linguagem *Java*.

A função principal é gerar algoritmos de interface gráfica, ou seja, janelas, menus, botões, textos, facilitando o desenvolvimento de interfaces modernas e leves, garantindo

assim a programação correta desta parte do *software*, pois os códigos que geram interfaces gráficas são extensos e remete tempo onerosos ao programador.

O *NetBeans* é gratuito como todos os arquivos e *softwares* necessários para desenvolver e compilar o *Java*. Ele foi instalado no sistema operacional *Windows 10*, juntamente como o *JDK (Java Development Kit)*, que contém as bibliotecas responsáveis por compilar os arquivos criados com ele.

Para usuários que não são programadores, necessitam ser instalado em suas máquinas o *software Java JRE (Java Runtime Environment)* que é a máquina virtual responsável por compilar os programas desenvolvidos com *Java*.

As vantagens da linguagem *Java* são:

- Fácil de programar e ler;
- Vasta variedade de dispositivos que a suportam;
- Desenvolver algoritmos de cálculos complexos;
- Linguagem de programação mais utilizada no mundo, propiciando vasto material didático na internet;
- Gratuito, assim como todas as ferramentas necessárias para sua utilização;
- Permite a execução dos *softwares* sem a necessidade de instalá-los na máquina, funcionando direto em mídias externas;
- Desenvolve algoritmos orientados a objetos.

Os cálculos realizados pelos algoritmos que compõe o CELM, são desenvolvidos baseados na ABNT NBR 6118:2014 e seguem os parâmetros de Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Como o *Java* é uma linguagem de programação orientada a objetos, será criado 5 (cinco) objetos, apresentados no diagrama de entidade e relacionamento, figura 1.

A figura 1 tem como finalidade exibir os dados armazenados no dispositivo e que serão utilizados pelo *software* em seu funcionamento.

Cada retângulo no diagrama representa um objeto que contém variáveis responsáveis por armazenar dados, sendo elas do tipo *int* (números inteiros), *double* (números racionais), *boolean* (verdadeiro ou falso), *string* (texto) e *char* (caracteres).

Para cada projeto salvo no CELM é gerado um arquivo que representa o objeto projeto e uma pasta no endereço físico do sistema operacional escolhido pelo usuário do sistema, contendo outros 4 (quatro) arquivos que representam os objetos lajes, vigas, engastes e armaduras positivas. Os dados das armaduras negativas ficam armazenadas no objeto engastes.

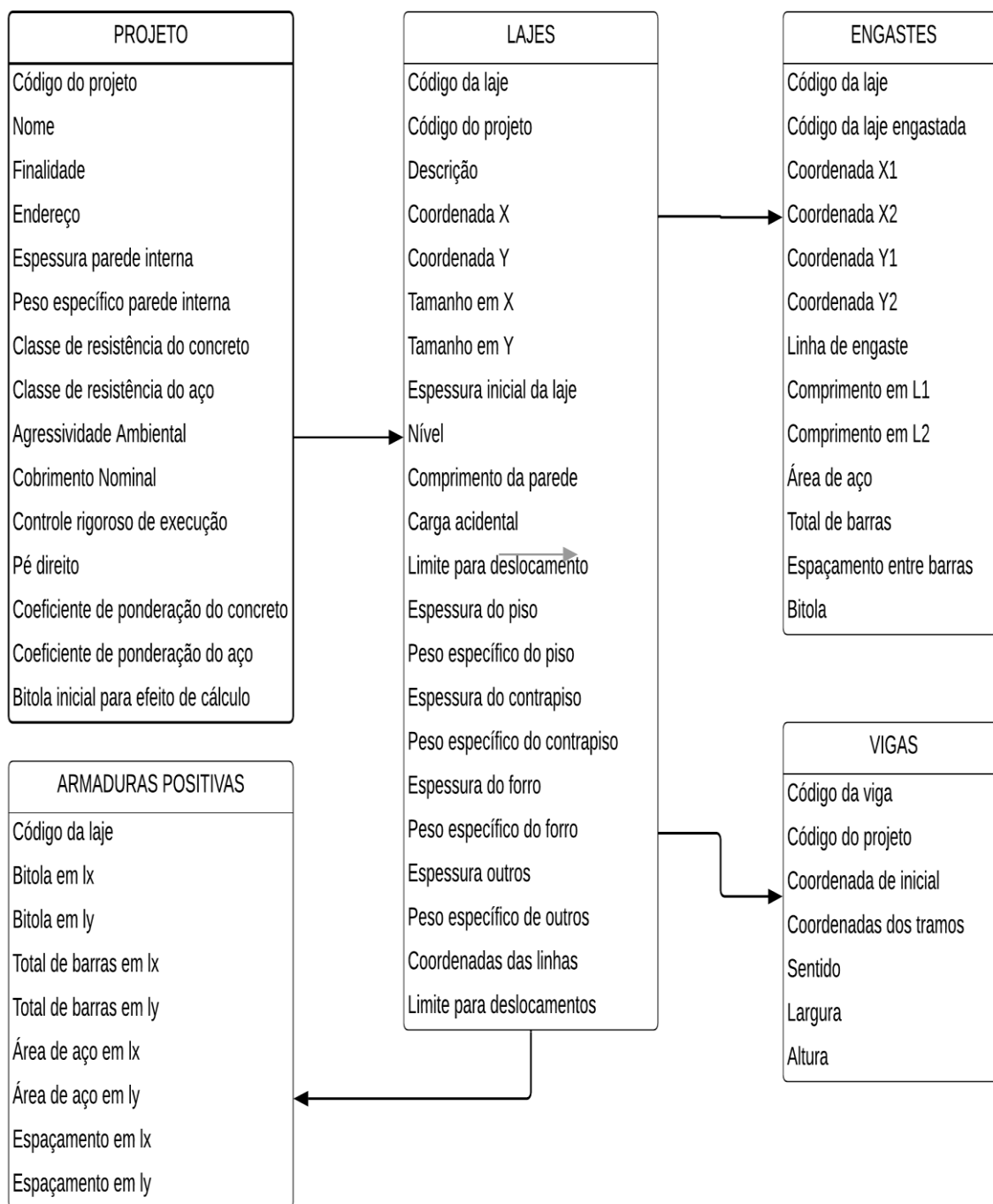


Figura 1 – Diagrama de entidade e relacionamento.
Fonte: Autor (2019).

O fluxograma apresentado na figura 2 ilustra os processos de inserções de dados e roteiros esquemáticos de cálculos realizados pelo CELM. Servirá de base para o desenvolvimento dos algoritmos garantindo uma padronização e seqüência coerente no desenvolvimento do *software*.

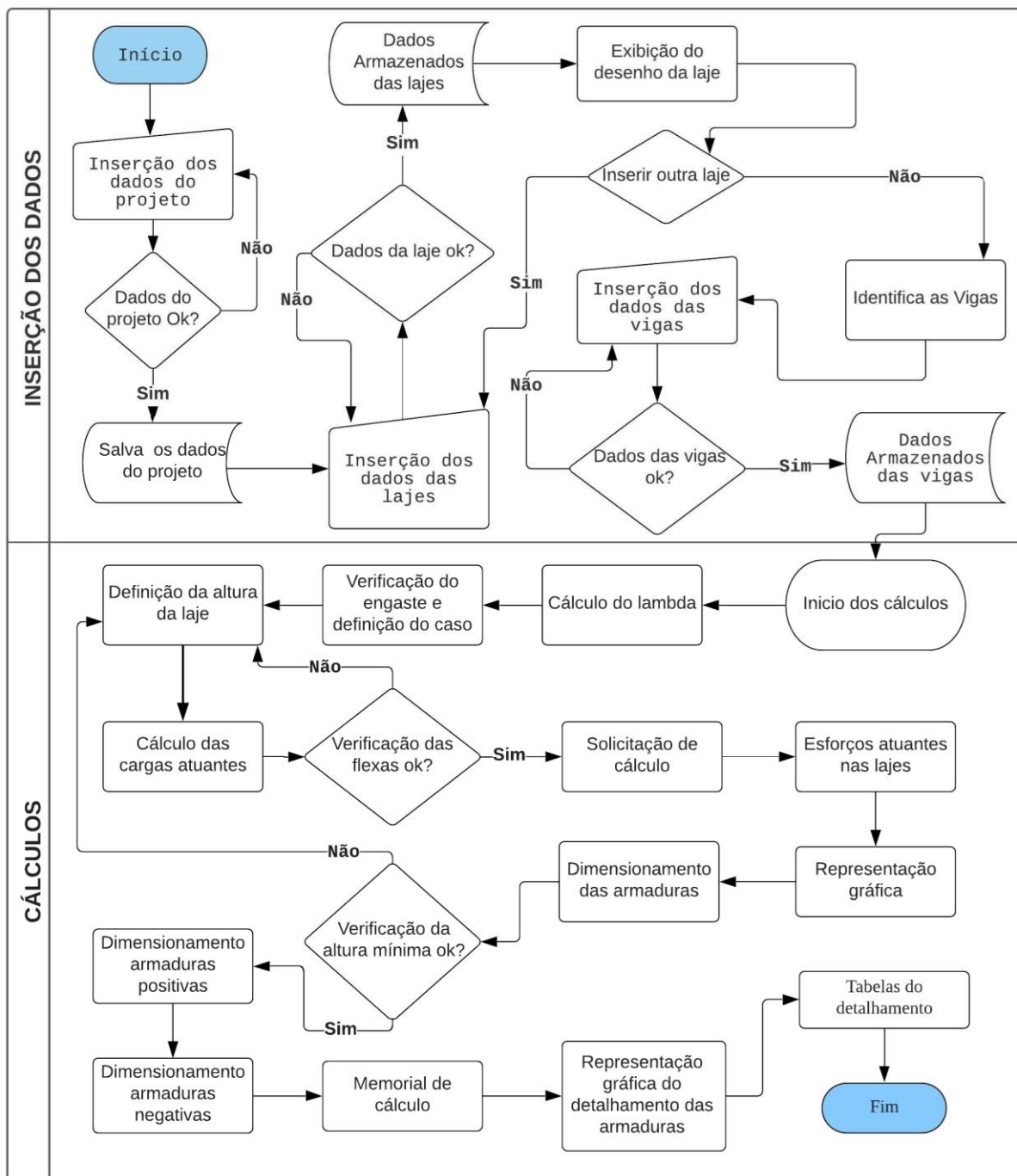


Figura 2 – Fluxograma CELM, inserção dos dados e dimensionamento de Laje
Fonte: Autor (2018).

Para fins de validação do CELM será utilizado a planta de fôrma de um pavimento tipo, figura 3, a mesma utilizada no dimensionamento manual para efeito comparativo dos resultados.

Os dados iniciais são:

- Vigas com base de 15 cm;
- Peso específico da argamassa do contrapiso: 16 kN/m³;

- Contrapiso ou camada de regularização com 3 cm;
- Revestimento da face inferior das lajes com 2 cm;
- Peso específico do revestimento: 19 kN/m³;
- Piso porcelanato de 0,50 kN/m² em toda área útil do projeto;
- Parede de bloco cerâmico com espessura final de 13 cm e peso específico de 13 kN/m³ com altura de 2,8 m;
- Classe de agressividade ambiental II;
- Controle rigoroso de execução;
- A laje 01 é rebaixada e a única que suporta paredes com 6,5 metros de comprimento e enchimento de tijolos furados justapostos que receberão uma camada de regularização de 4 cm, pois os tijolos têm 16 cm de altura;
- Carga acidental de 3 kN/m² em todas as lajes;
- Concreto com resistência característica de $f_{ck} = 25$ MPa;
- Aço CA50.

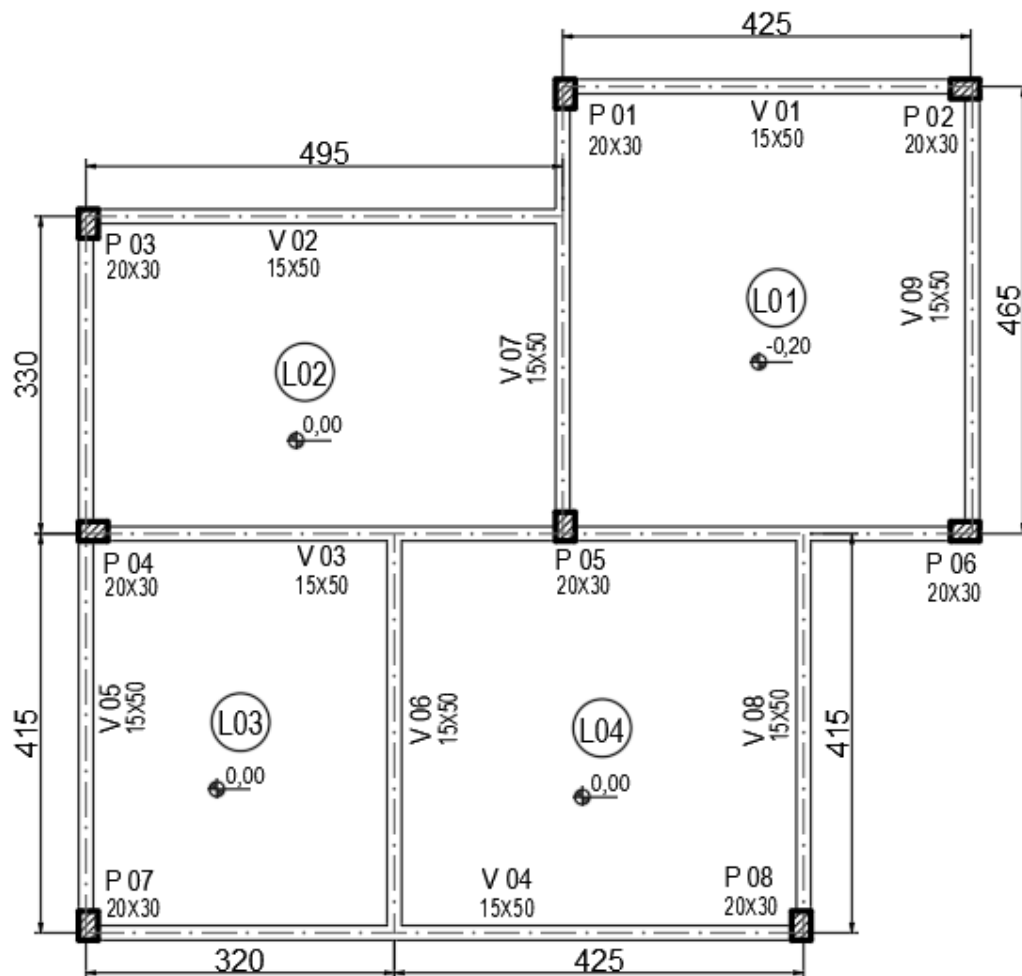


Figura 3 – Planta de fôrma do pavimento tipo (cm)
Fonte: Autor (2018).

3. Resultados e discussão

Para validar o programa e demonstrar o processo de cálculo do pavimento tipo proposto na figura 3, usando o *software* segue-se por partes demonstrando suas principais funções e características.

O CELM, de acordo com a interface gráfica na figura 4, visa a simplicidade na manipulação de dados e clareza no dimensionamento estrutural, tendo opções de novo projeto para calcular novas lajes ou abrir projetos já dimensionados.

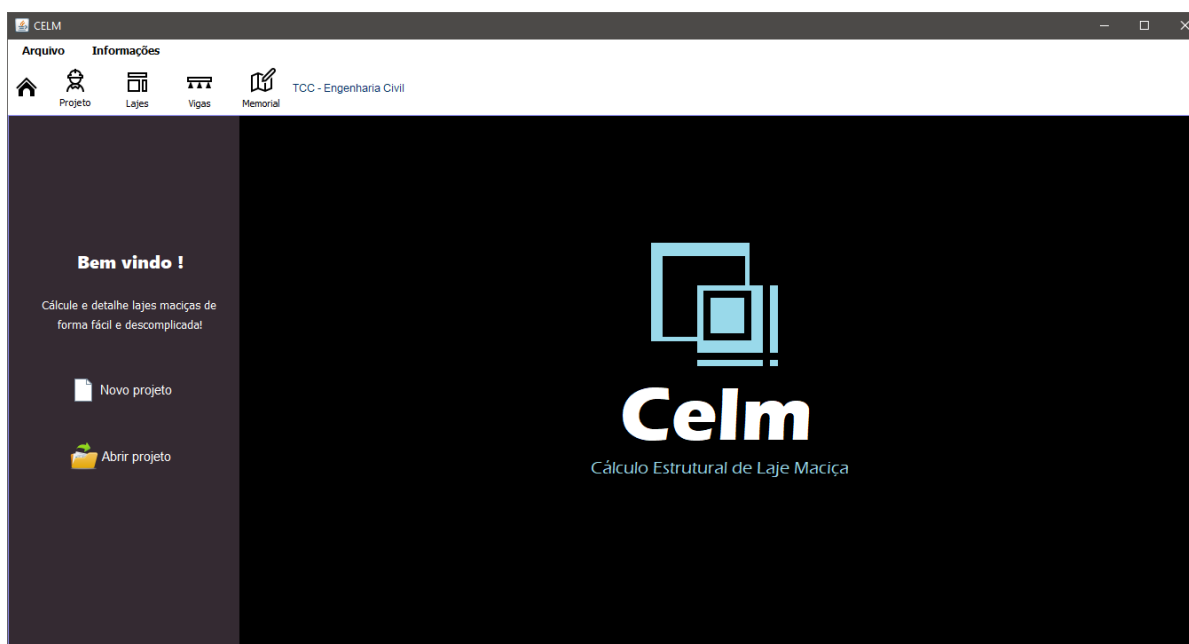


Figura 4 – Home, página de abertura do CELM.
Fonte: Autor (2019).

A interface geral do programa se separa em sete etapas;

- Home – Página de abertura;
- Projeto – Dados inicial, cadastro de obra e especificações de resistência;
- Lajes – Lançamento das lajes por coordenadas e características de uso;
- Vigas – Definição, base e altura das vigas;
- Memorial de Cálculo – Realização dos cálculos e exibição dos resultados;
- Tabela de Resultados – Resumo dos cálculos e resultados;
- Representação Gráfica – Detalhamento das Armadura, obtenção visual do detalhamento das armaduras positivas e negativas.

Todas essas abas foram posicionadas na mesma janela para que o usuário veja todas as etapas do dimensionamento estrutural e tendo um projeto já dimensionado não

precise passar por todas elas novamente, podendo avançar direto para o que se deseja visualizar.

Na figura 5 temos a página de início de um novo projeto, onde é necessário lançar as especificações da laje como por exemplo: a espessura, altura e pesos específicos de parede sobre a laje, caso exista, classe de agressividade ambiental, controle rigoroso de execução. Também podemos observar algumas particularidades como os dados do acadêmico e professor, campo colocado por se tratar de um programa para fins didáticos com o objetivo de trazer para estudantes uma aproximação de como é utilizado *softwares* estruturais no dimensionamento de estruturas tais e como é estudado.

No caso de um novo projeto (novo dimensionamento) o acesso à próxima etapa só é possível depois de preenchido todas as informações que se pede. Esse processo evita que o acadêmico se perca tendo uma linha de raciocínio única ao usar o programa.

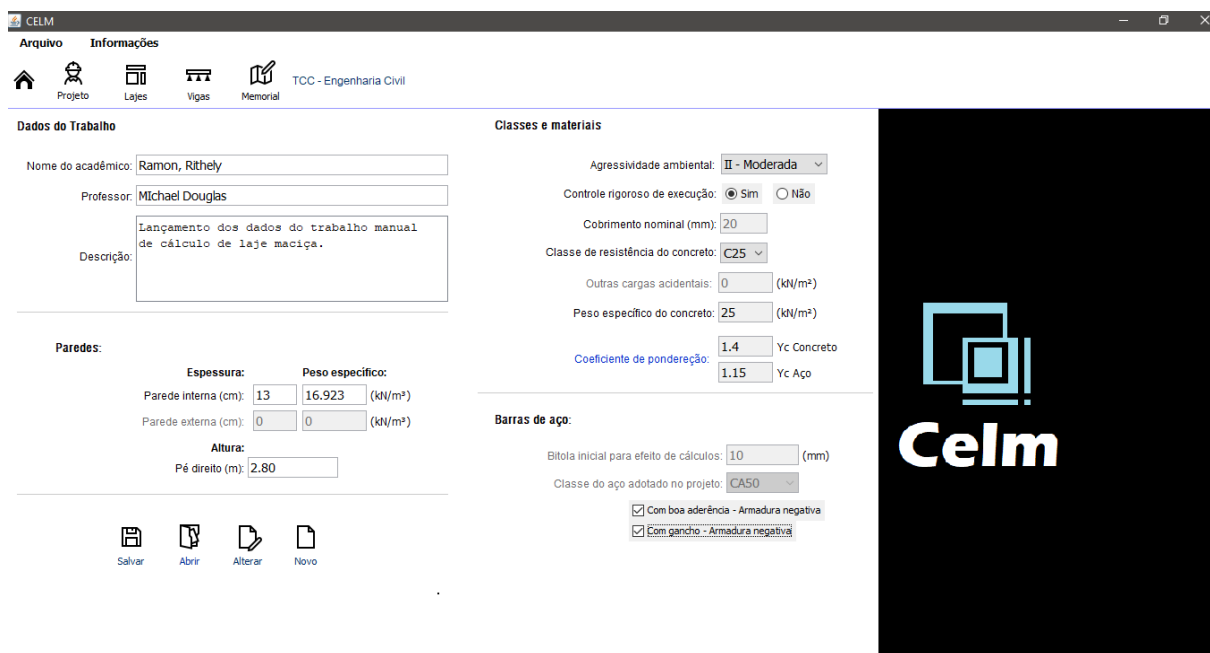


Figura 5 – Projeto, dados iniciais, cadastro de obra e especificações de resistência (CELM).
Fonte: Autor (2019).

Preenchido todas as informações da aba projeto, é necessário salvá-lo em arquivo e automaticamente o *software* abre a página de cadastro das lajes conforme figura 6. A página fornece o campo de descrição da laje, onde é recomendado nomear em ordem numérica como, por exemplo: L01, L02 etc., essa informação não interfere nos cálculos, sendo apenas representativa.

Para desenhar as lajes é necessário informar uma coordenada X e Y, sendo esse ponto de origem localizado no canto inferior esquerdo de um retângulo sobre o um plano

cartesiano, ponto referência para a localização do objeto que receberá em seguida o comprimento horizontal e vertical do vão da laje que consideramos de eixo a eixo das vigas.

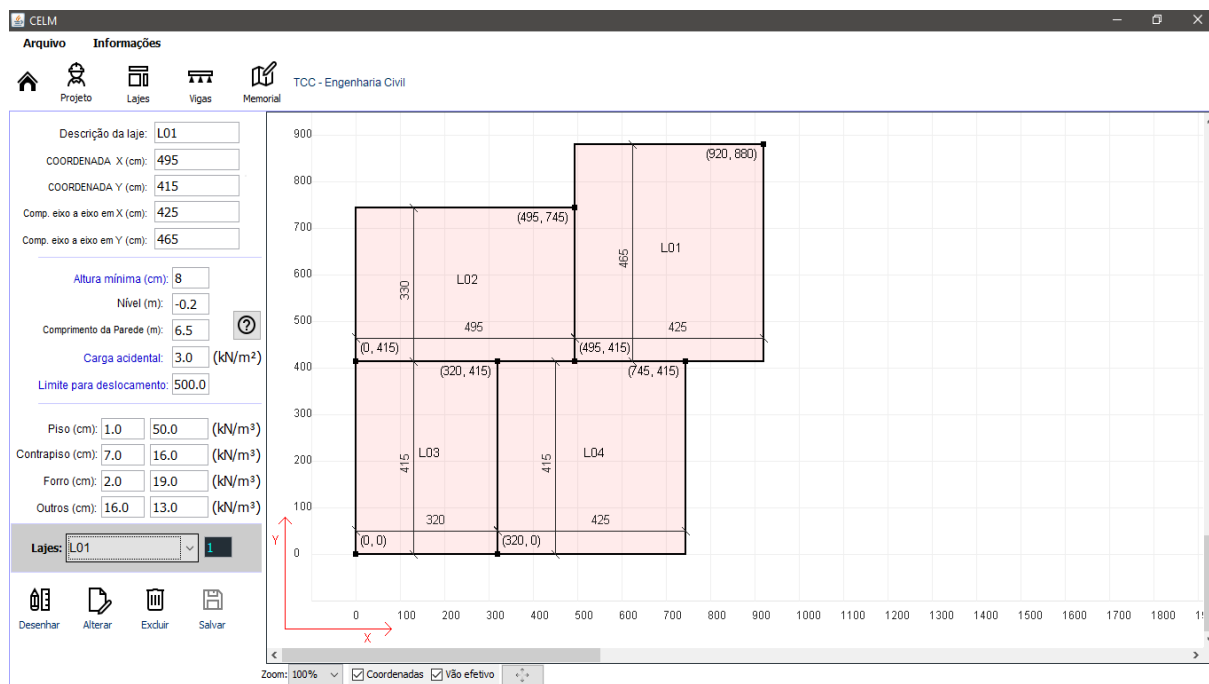


Figura 6 – Lajes – Lançamento de vãos por coordenadas e características de uso (CELM).
Fonte: Autor (2019).

É nessas duas etapas anteriores que segue continuamente lançando as descrições dos vãos efetivos das lajes do pavimento tipo proposto para validação do programa. O lançamento dos dados é fundamental para o cálculo correto da estrutura. Deve ser verificado todas as unidades de medidas solicitadas pelo *software* antes de adicioná-las. Um bom engenheiro não é somente aquele que lança informações no programa com o objetivo de encontrar o dimensionamento estrutural, mas sim aquele que consegue visualizar e verificar todo comportamento da estrutura durante e depois dos cálculos. Os Programas estruturais são ferramentas que, sendo bem utilizadas, podem trazer grandes benefícios e praticidades para acadêmicos e profissionais da área.

Adicionado todos os dados, o usuário segue para o lançamento das vigas, veja figura 7, onde será identificado suas dimensões de base e altura. O CELM identifica as vigas analisando as coordenadas das lajes, considerando sempre apoiadas nos quatro lados. Ao cadastrá-las com as mesmas dimensões do trabalho manual, os dados são enviados para a tabela, apresentada na figura 7, que é dividida em 3 (três) colunas, viga, base, altura. A coluna base e altura podem ser preenchidas inserindo os dados nos campos, sendo que esses dados podem ser alterados posteriormente na tabela, clicando na célula desejada. Com os dados lançados e conferidos é necessário salvar. Feito isso, o CELM desenha as vigas considerando-as um elemento monolítico. Todas as vezes que houver uma alteração

nas dimensões das lajes, deve se repetir o processo descrito acima. As vigas, que estão na planta de fôrma proposta para validação do programa, têm base de 15 cm e altura de 50 cm. Essas vigas foram lançadas conforme visto na figura 7.

Não é possível lançar pilares, pois, os mesmos não são necessários para os cálculos e detalhamento de lajes. Ele também não dimensiona vigas, mas foi desenvolvido de forma a permitir implementações futuras para a realização de cálculos de vigas e pilares.

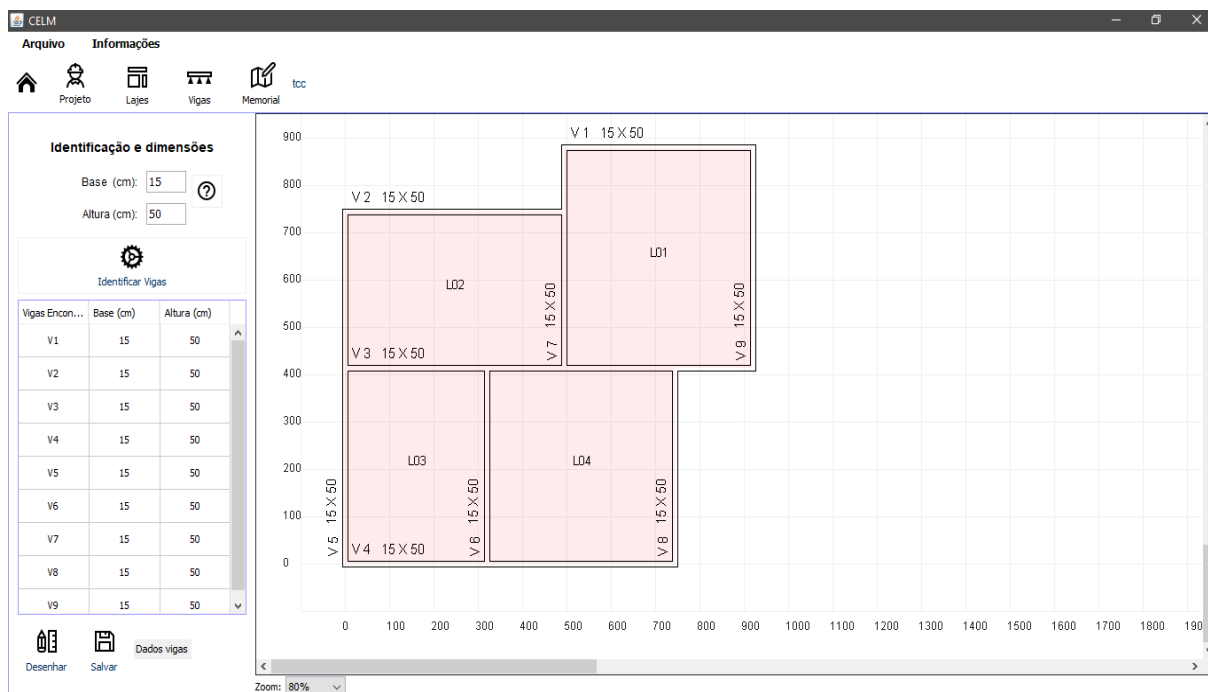


Figura 7 – Vigas – base e altura das vigas (CELM).
Fonte: Autor (2019).

Com o lançamento das vigas o programa apresenta os cálculos na janela secundária, conforme figura 8. Nela podemos verificar o memorial de cálculo de cada laje lançada na etapa projeto, apresentando todos os procedimentos do dimensionamento.

O memorial de cálculo dimensionado pelo CELM na figura 8, está anexado no Apêndice do trabalho. Ele traz os cálculos e fórmulas utilizadas para a validação do programa em comparação ao trabalho com os cálculos manuais. Consiste na geração de um relatório que tem por função conceder ao usuário todos os passos seguidos no dimensionamento até chegar no detalhamento das armaduras. As informações que podem ser encontradas nesse relatório são: a classificação quanto a flexão e ao apoio, altura mínima, cargas atuantes, verificação das flechas, esforços atuantes na laje, verificação da altura útil mínima, dimensionamento das armaduras positivas e negativas, detalhamentos e resumo das armaduras. Esse relatório é fundamental para que os acadêmicos de engenharia possam verificar se o dimensionamento manual está correto.



Figura 8 – Memorial de cálculos, armadura positiva e armadura negativa (CELM).
Fonte: Autor (2019).

Sua exibição foi fundamental para adequar os resultados obtidos ao fazer a verificação da linguagem de programação, códigos responsáveis pelo dimensionamento. Analisando o memorial foi possível encontrar as diferenças nos cálculos em cada fórmula e ajustar os algoritmos responsáveis pelo dimensionamento até o resultado correto.

O memorial de cálculo deve ser atualizado todas as vezes que houver alterações em qualquer parâmetro do projeto clicando no botão “Calcular”. Ele pode ser impresso copiando os dados apresentados na interface do programa para o *Microsoft Word*.

Tabela 1 – Dados do dimensionamento (CELM).

LAJES	CASO	λ	P (kN/m ²)	h (cm)	M _{xd} (N.m/m)	M _{yd} (N.m/m)	X _{xd} (N.m/m)	X _{yd} (N.m/m)	As _{lx} (cm ² /m)	As _{ly} (cm ² /m)
L01	1	1,09	12,86	15	16.841,47	14.598,11	24.094,74	22.533,33	3,23	2,78
L02	3	1,5	6,36	8	5.592,34	2.054,73	10.923,00	7.811,83	2,5	1,2
L03	4	1,3	6,36	8	3.791,26	2.451,56	8.539,44	7.117,72	1,66	1,2
L04	4	1,02	6,36	8	4.675,05	4.307,18	11.388,72	11.005,52	2,07	1,89

Fonte: Autor (2019).

A tabela 1 descreve o valor do λ , classificação quanto aos apoios (casos) segundo a tabela de Bares (Carvalho, Figueiredo, 2016), os carregamentos P (KN/m²), altura útil e os respectivos momentos fletores atuantes nas lajes (N.m/m) e áreas de aço positivas em l_x e l_y . Esta tabela é um relatório dos dados lançados e resultados de cálculo do CELM e serve para detalhar os dados principais no dimensionamento, otimizando o tempo de verificação.

A tabela 2 exibe a descrição do aço dimensionado, o tipo de aço, a quantidade, o espaçamento, o comprimento unitário e total. O seu posicionamento nas lajes pode ser visualizado nas figuras 10 e 11.

Tabela 2 – Tabela de barras (CELM)

LAJE	AÇO	POSIÇÃO	Ø (mm)	QTD	ESP. (cm)	COMP. (cm)	TOTAL (m)
L01	CA50	N1	8	31	15	426	132,06
L01	CA50	N2	8	24	18	466	111,84
L02	CA50	N3	6,3	41	12	328	134,48
L02	CA60	N4	5	21	16	492	103,32
L03	CA60	N5	5	38	11	317	120,46
L03	CA60	N6	5	20	16	412	82,4
L04	CA50	N7	6,3	29	15	413	119,77
L04	CA50	N8	6,3	26	16	423	109,98
L02/L03	CA50	N9	10	22	15	223	49,06
L02/L04	CA50	N10	10	13	14	247	32,11
L03/L04	CA50	N11	10	28	15	244	68,32

Fonte: Autor (2019).

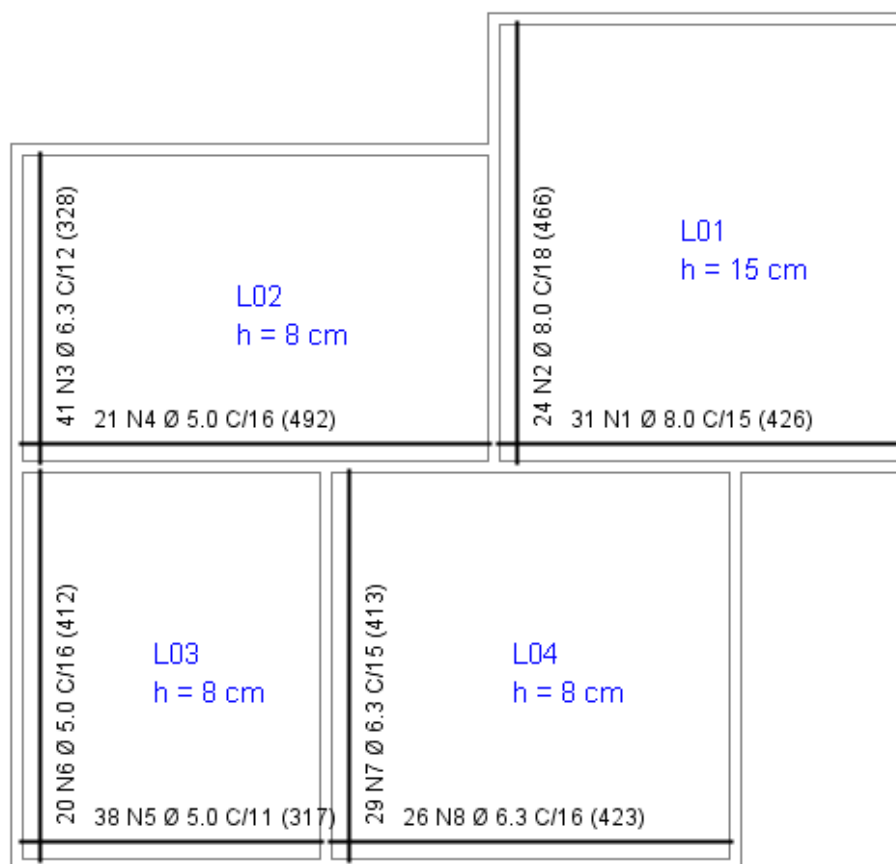


Figura 10 – Representação gráfica – detalhamento armaduras positivas (CELM)

Fonte: Autor (2019)

A figura 10 mostra o detalhamento e posicionamento das armaduras positivas das lajes, nas direções lx e ly, que foram dimensionadas pelo CELM. A armadura positiva é responsável por resistir à tração proveniente dos momentos da laje e está situada na parte inferior da laje. O CELM não calcula armaduras positivas em lajes em balanço e não dimensiona vigas para apoio das lajes. As vigas são lançadas para efeito de cálculo dos vãos livres e efetivos das lajes.

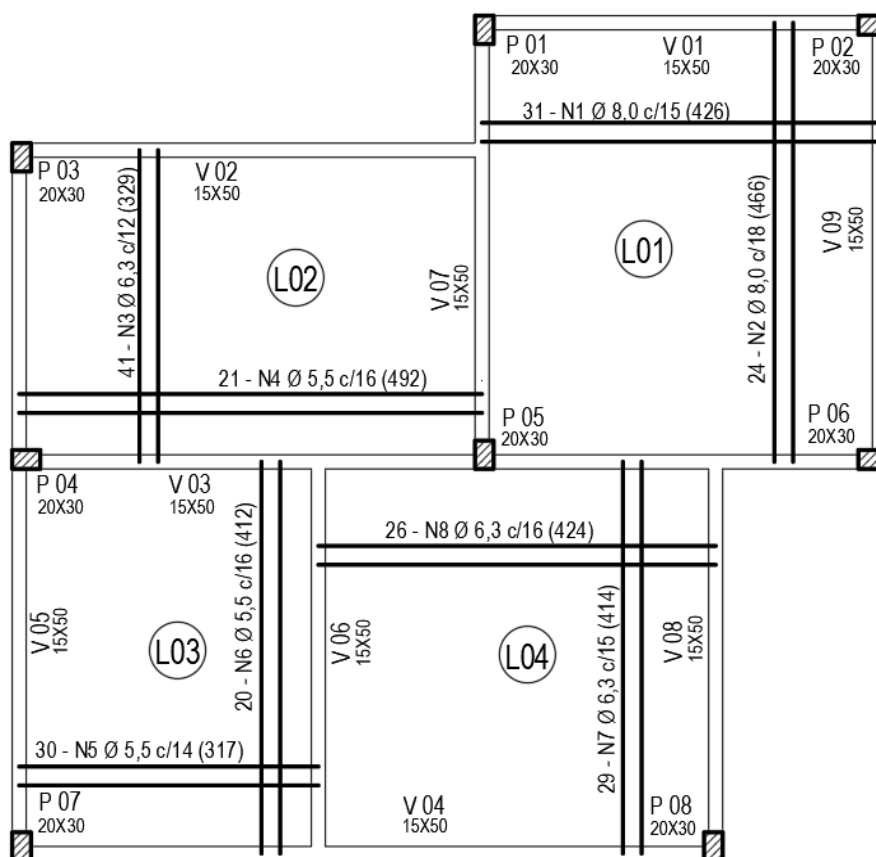


Figura 11 – Detalhamento armaduras positivas (Cálculos manuais).
Fonte: Autor (2018)

Já a figura 11 representa o detalhamento das armaduras positivas das lajes encontradas no dimensionamento manual. Nota-se a representação de pilares na planta de forma do pavimento tipo do cálculo manual, os pilares estão situados na planta somente para efeito representativo e não são dimensionados.

Comparando os resultados das figuras 10 e 11, nota-se uma diferença no comprimento de 3 armaduras, N3 com 328 cm e 329 cm no cálculo manual, N7 com 413 cm e 414 cm no cálculo manual e N8 de 423 cm e 424 cm no cálculo manual, a razão em porcentagem dessas diferenças é de 0,01 %. Essa diferença ocorreu no cálculo responsável por definir o comprimento das armaduras, que utiliza o diâmetro da barra dimensionada que

no caso foi de 6,3 mm. No CELM esse valor foi arredondado para 6 cm, e no cálculo manual arredondado para 7 cm. Isso resultou em uma diferença de 1 cm em todas as armaduras com bitola de 6,3 mm.

O detalhamento das armaduras negativas detalhadas pelo programa é apresentado na figura 12. O modo como o *software* gera os detalhamentos é semelhante aos utilizados por engenheiros em projetos estruturais, sendo de fácil visualização e orientação a profissionais na obra. A figura 13 também traz o detalhamento das armaduras negativas, resultantes dos cálculos manuais de acordo com a planta de forma do pavimento tipo proposto, situada na parte superior das lajes e é responsável por combater os momentos negativos de engastes das lajes.

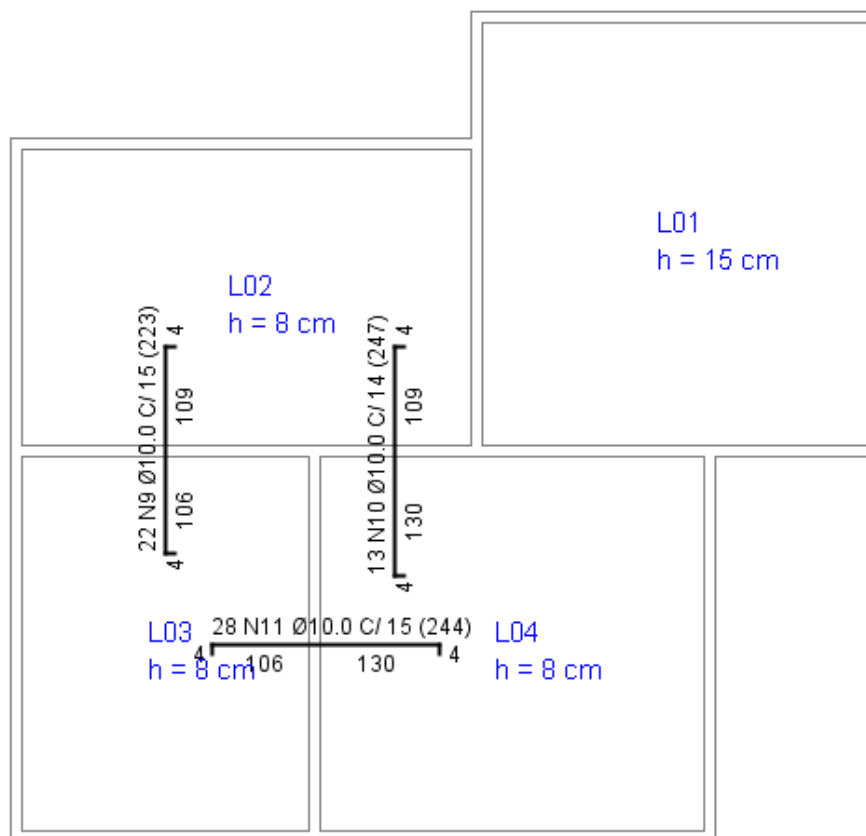


Figura 12 – Representação gráfica – detalhamento armaduras negativas (CELM).
Fonte: Autor (2019).

Para apresentar o detalhamento das armaduras positivas e negativas por meio do cálculo manual foi utilizado o AutoCAD, programa este utilizado por engenheiros para desenhar plantas arquitetônicas, detalhamentos estruturais e outros. A escolha do uso do AutoCAD foi para facilitar o desenho das armaduras, contudo o detalhamento poderia ter sido feito a mão que é a forma que foi utilizada por muitos anos nos projetos de engenharia.

Observamos que mesmo com o dimensionamento manual, ainda se faz uso de programas para facilitar o detalhamento das armaduras.

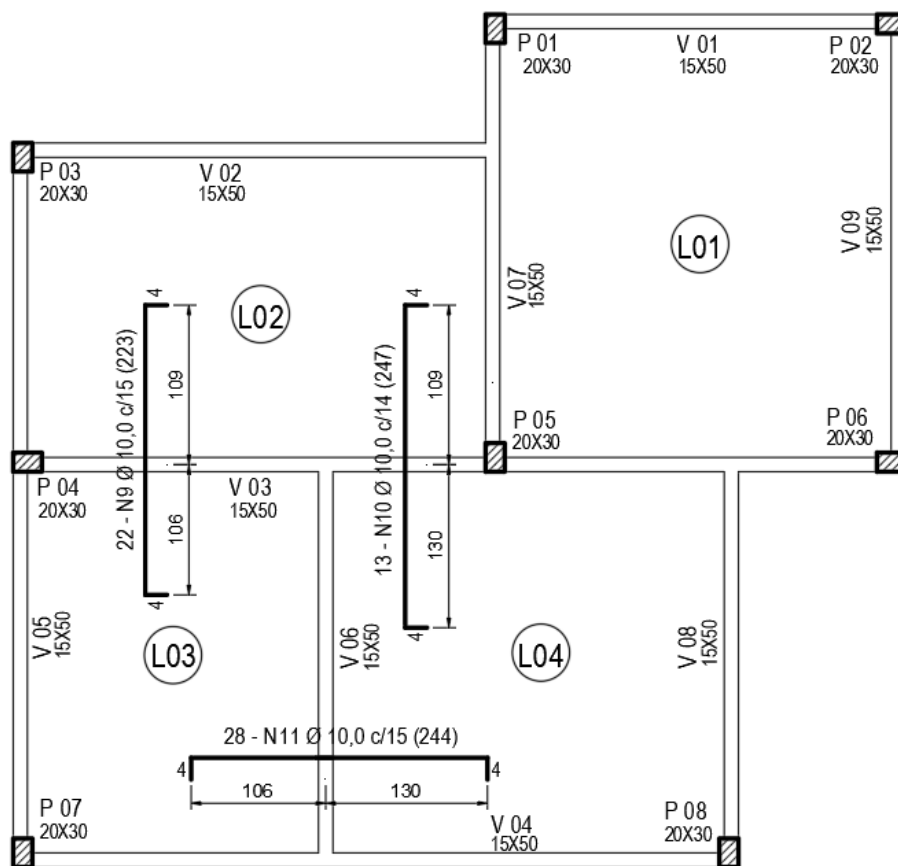


Figura 13 – Detalhamento armadura negativas (Cálculos manuais).
Fonte: Autor (2018)

Nas figuras 12 e 13 não houve nenhuma diferença dos resultados. Para chegar nessa igualdade o maior problema foram os arredondamentos nos resultados de cada operação de cálculo do programa por ser capaz de armazenar várias casas decimais, sendo necessário realizar vários testes no CELM e readequar os algoritmos várias vezes até chegar no resultado correto.

A igualdade na enumeração das armaduras positivas e negativas foi por conta da ordem de inserção das lajes, no cálculo manual inicia na laje L01 e continua em ordem crescente, portanto, caso as lajes sejam inseridas no CELM em sequência diferente em que foi realizado o cálculo manual, a enumeração das armaduras se altera, mas não interfere nos resultados das bitolas, espaçamentos, comprimentos e quantidades de barras.

Por fim temos a tabela 3 que exibe o resumo do aço originado do detalhamento das armaduras das figuras 10 a 13 que comparando o total temos uma diferença de 67,68 kg a mais de aço no cálculo manual. A diferença se encontra em 3 bitolas, 5,5 mm alterada no CELM para 5,0 mm, por não existir mais a fabricação no mercado diminuindo o peso e

aumentando a quantidade de barras; 6,3 mm devido ao arredondamento mencionado anteriormente e 10 mm origem da maior diferença nos resultados. O somatório dos cálculos manuais que determinam o peso + 10% das bitolas de 10 (mm) ficaram errados devido a erro de calculadora, porque o total de barras e comprimentos entre os dois métodos foram iguais de acordo com as comparações dos detalhamentos das armaduras acima demonstrados nas figuras. O resultado correto é do programa de 102,61 (kg), resultado conferido por calculadora para constatar que está correto. Essa diferença prova que cálculos manuais são susceptível a erros, por mais atenção que possa ter.

Tabela 3 – Resumo do aço.

CÁLCULO DO CELM			CÁLCULO MANUAL		
AÇO	Ø (mm)	PESO + 10% (kg)	AÇO	Ø (mm)	PESO + 10% (kg)
CA-60	5,00	51,87	CA-50	5,5	57,46
CA-50	6,30	99,36	CA-50	6,3	99,62
CA-50	8,00	105,44	CA-50	8	105,44
CA-50	10,00	102,61	CA-50	10	164,44
TOTAL		359,28	TOTAL		426,96

Fonte: Autor (2019)

4. Conclusão

Para o programa ser eficaz o usuário deve ter bastante atenção na inserção dos dados e na interpretação correta dos resultados.

Quando comparado com o cálculo manual, o CELM trouxe um resultado satisfatório no seu dimensionamento, tendo em vista algumas poucas diferenças como por exemplo no comprimento da armadura positiva, diferença por conta de arredondamentos de cálculo possibilitando encontrar erro na somatória das barras de bitola 10 (mm) do cálculo manual. Mesmo com diferença nos resultados, constata-se que o CELM realiza e exibe cálculos com precisão, desenha a estrutura e detalha as armaduras.

Entre as dificuldades encontradas no desenvolvimento, podemos destacar os algoritmos responsáveis por ajustar a tela que exibe o detalhamento das armaduras positivas e negativas em planta da laje.

O programa tem fácil manuseio, cálculos dentro dos padrões empregados no dimensionamento manual, bons resultados, simplicidade na instalação e início de uso do *software*.

Existem restrições de cálculos em relação as características das lajes, o CELM não calcula lajes em balanço, com aberturas e lajes unidirecionais, consideradas armadas em

duas direções. Fica a sugestão para futuros trabalhos acadêmicos a implementação para o cálculo de lajes em balanço, vigas e pilares no programa e utilização de plantas diferentes para comparação com o cálculo manual.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. NBR 6118:2014.** Rio de Janeiro, RJ, 2014.

BEZERRA, E. A. **Dimensionamento automático de vigas e lajes de concreto armado.** Natal: UFRN, 2016.

BRANCHIER, H. S. **Contribuições dos softwares na aprendizagem de análise e cálculo de elementos estruturais.** Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 2017.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R.. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014.** 4ª ed. EdUFSCAR, São Carlos, SP, 2016.

CAZALIS, P. **Menos aula, mais conhecimento.** PUCRS Informação, Porto Alegre, ano 30, n. 135, p. 24-25, jun./ago. 2000.

CORAL, A. B. **Desenvolvimento de programa para dimensionamento de pilares com momentos mínimos e flexão composta normal.** 2015.

GIRAFFA, L. M. M. **Uma odisséia no ciberespaço: O software educacional dos tutoriais aos mundos virtuais.** Revista Brasileira de Informática na Educação, vol. 17, núm. 1, 2009.

HENRIQUE, A. C. F.; MONSUETO, D. S. **Cálculos Estruturais em Concreto Armado: Comparativo entre o cálculo manual e com auxílio de software.** Revista Pensar Engenharia, v.2, n. 2, Jul./2014.

JAVA. **Obtenha Informações sobre a Tecnologia Java.** Disponível em <https://www.java.com/pt_BR/download/faq/whatis_java.xml?printFriendly=true > acessado em: out/ 2018.

KIMURA, A. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com uso de sistemas computacionais.** Editora PINI, 632 p. São Paulo, 2007.



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



LUCENA, M. **Crêterios para a Avalia o do Software educacional**. Disponível em:
www.forum-global.de/soc/bibliot/textosenportu-rede.htm 1999, acessado em: out/ 2018

PALOSCHI, L. **Análise estrutural e desenvolvimento de programa para dimensionamento de pilares de concreto armado**. / Lucas Paloschi; orientador, Daniel Domingues Loriggio, Florianópolis, 2017.

PERRENOUD, P. **10 Novas Competências para Ensinar**, editora Artmed, Porto Alegre, RS, 2000.



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



APÊNDICE

Memorial de cálculo das armaduras positivas e negativas das lajes 01, 02, 03 e 04

Este apêndice traz todos os cálculos e fórmulas utilizadas para a validação do programa em comparação ao trabalho com cálculos manuais. O texto foi copiado direto do programa Celm para o editor de texto, mantendo a mesma formatação de fontes e espaçamentos.

LAJE L01

CLASSIFICAÇÃO QUANTO A FLEXÃO E AO APOIO.

Caso: 1

$$\lambda = (\ell_y / \ell_x) \rightarrow \lambda = 465.0 / 425.0 \Rightarrow \lambda = 1.09$$

ALTURA MÍNIMA

h = 8 cm - Para laje de piso não em balanço.

CARGAS ATUANTES

• Cargas permanentes (g)

$$\text{Piso} = 0.01 \text{ m} * 50.0 \text{ kN/m}^3 = 0.5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Contrapiso} = 0.07 \text{ m} * 16.0 \text{ kN/m}^3 = 1.12 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Ferro} = 0.02 \text{ m} * 19.0 \text{ kN/m}^3 = 0.38 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Outros} = 0.16 \text{ m} * 13.0 \text{ kN/m}^3 = 2.08 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Peso próprio da laje} = 0.08 \text{ m} * 25.0 \text{ kN/m}^2 = 2.0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Carga acidental} = 3.0 \text{ kN/m}^2 - \text{Nenhum informado}$$

$$\text{Parede interna} = (\gamma_{\text{pared}} * \text{pé-direito} * \ell * e) / (\ell_y * \ell_x)$$
$$(16.923 * 2.8 * 6.5 * 0.13) / (4.25 * 4.65) = 2.0261 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Peso total da laje (Fd,ser)} = 11.11 \text{ kN/m}^2$$

VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS

$$(\text{Fd,ser} * \ell_x^4 * \alpha * 2.46) / (\text{Ecs} * h^3 * 100) \leq \ell_x / 500.0$$

$$(11.11 * 10^3 * 4.25^4 * 5.64 * 2.46) / (24.0 * 10^9 * 0.08^3 * 100) \leq 4.25 / 500.0$$

$$0.04093 \leq 0.0085 \Rightarrow \text{NÃO OK!}$$

• Estimativa para a altura ideal

$$0.0085 = (11.11 * 10^3 * 4.25^4 * 5.64 * 2.46) / (24.0 * 10^9 * h^3 * 100)$$

$$h = 14.0 \text{ cm}$$

$$\text{Correção da carga} = (0.14 - 0.08) * 25.0 = 1.5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Fd,ser} = 11.11 + 1.5 = 12.61 \text{ kN/m}^2$$

• **Verificando a flecha**

$$(12.61 * 10^3 * 4.25^4 * 5.64 * 2.46) / (24.0 * 10^9 * 0.14^3 * 100) \leq 4.25/500.0$$

$$0.008667 \leq 0.0085 \Rightarrow \text{NÃO OK!}$$

• **Estimativa para a altura ideal**

$$0.0085 = (12.61 * 10^3 * 4.25^4 * 5.64 * 2.46) / (24.0 * 10^9 * h^3 * 100)$$

$$h = 15.0 \text{ cm}$$

$$\text{Correção da carga} = (0.15 - 0.14) * 25.0 = 0.25 \text{ kN/m}^2$$

$$F_{d,ser} = 12.61 + 0.25 = 12.86 \text{ kN/m}^2$$

• **Verificando a flecha**

$$(12.86 * 10^3 * 4.25^4 * 5.64 * 2.46) / (24.0 * 10^9 * 0.15^3 * 100) \leq 4.25/500.0$$

$$0.007187 \leq 0.0085 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$h = 15.0 \text{ cm}; \text{ Carga} = 12.86 \text{ kN/m}^2$$

• **Solicitação de cálculo (Fd)**

$$F_d = 1.4 * 12.86 = 18.0 \text{ kN/m}^2$$

ESFORÇOS ATUANTES NA LAJE

$$M_{xd} = (5.18 * 18.0 * 10^3 * 4.25^2) / 100$$

$$M_{xd} = 16841.47 \text{ N.m/m}$$

$$M_{yd} = (4.49 * 18.0 * 10^3 * 4.25^2) / 100$$

$$M_{yd} = 14598.11 \text{ N.m/m}$$

VERIFICAÇÃO DA ALTURA ÚTIL MÍNIMA (m)

$$d' = C_{nom} + \phi \ell / 2$$

$$d = h - d'$$

$$d \geq 2 * \text{raiz}(\mu d / (b_w * f_{cd}))$$

$$(0.15 - 0.025) \geq 2 * \text{raiz}(24094.74 / (1 * (25 * 10^6 / 1.4)))$$

$$0.125 \geq 0.073466 \text{ OK !}$$

ARMADURA POSITIVA LX

$$d = 15 - 2.5 = 12.5 \text{ cm}$$

$$K_{MD} = \mu d / (b_w * d^2 * f_{cd}) \quad A_s = \mu d / (K_Z * d * f_{yd})$$



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



$$KMD = 16841.47 / (1 * 0.125^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$KMD = 0.06036 \Rightarrow KZ = 0.9602$$

$$A_s = 16841.47 / (0.9602 * 0.125 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 3.23E-4 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow A_s = 3.23 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sM\acute{a}x} = (4/100) * 100 * 15 = 60 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sMin} = (0,15/100) * 100 * 15 = 2.25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

• **Verificação da área de aço**

$$2.25 \leq 3.23 \leq 60 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$A_s = 3.23 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ARMADURA POSITIVA LY

$$d = 15 - 2.5 = 12.5 \text{ cm}$$

$$KMD = \mu d / (b_w * d^2 * f_{cd}) \quad A_s = \mu d / (KZ * d * f_{yd})$$

$$KMD = 14598.11 / (1 * 0.125^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$KMD = 0.05232 \Rightarrow KZ = 0.9665$$

$$A_s = 14598.11 / (0.9665 * 0.125 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 2.78E-4 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow A_s = 2.78 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{OK!}$$

$$A_s = 2.78 \text{ cm}^2/\text{m}$$

DETALHAMENTO EM LX

$$A_s = 3.23 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$D_{m\acute{a}x} \leq (15 / 8) \Rightarrow 18.75 \text{ mm}$$

$$S_{m\acute{a}x} \leq (2 * 15; 20 \text{ cm}) \Rightarrow 20.0 \text{ cm}$$

• **Definição da bitola**

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 3.23 \cong 6.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 3.23 \cong 9.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 8.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.5 / 3.23 \cong 15.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 10.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.8 / 3.23 \cong 24.0 \text{ cm} > 20.0 \text{ N\~{O} OK!}$$

Bitola de $\emptyset 8.0 \text{ mm}$

• **Número de barras**



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE

$$(vL / s)+1 \Rightarrow (450.0 / 15.0)+1 = 31.0$$

Total de 31 barras.

• **Comprimento da barra**

$$a \geq (6 \text{ cm}; (10 * 8.0))$$

$$a = 8.0 \text{ cm}$$

$$C = 410.0 + 2 * 8.0 \Rightarrow 426 \text{ cm}$$

- **Resumo da armadura positiva em LX**

31 N1 Ø 8.0 C/15 (426)

DETALHAMENTO EM LY

$$A_s = 2.78 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$D_{\text{máx}} \leq 18.75 \text{ mm}$$

$$S_{\text{máx}} \leq 20.0 \text{ cm}$$

• **Definição da bitola**

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 2.78 \cong 7.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 2.78 \cong 11.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 8.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.5 / 2.78 \cong 18.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 10.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.8 / 2.78 \cong 28.0 \text{ cm} > 20.0 \text{ N} \text{ OK!}$$

Bitola de Ø 8.0 mm

• **Número de barras**

$$(vL / s)+1 \Rightarrow (410.0 / 18.0)+1 = 23.78$$

Total de 24 barras.

• **Comprimento da barra**

$$a \geq (6 \text{ cm}; (10 * 8.0))$$

$$a = 8.0 \text{ cm}$$



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



$$C = 450.0 + 2 * 8.0 \Rightarrow 466 \text{ cm}$$

- **Resumo da armadura positiva em LY**

24 N2 Ø 8.0 C/18 (466)

LAJE L02

CLASSIFICAÇÃO QUANTO A FLEXÃO E AO APOIO.

Caso: 3

$$\lambda = (\ell_y / \ell_x) \rightarrow \lambda = 495.0 / 330.0 \Rightarrow \lambda = 1.5$$

ALTURA MÍNIMA

h = 8 cm - Para laje de piso não em balanço.

CARGAS ATUANTES

- **Cargas permanentes (g)**

Piso = $0.01 \text{ m} * 50.0 \text{ kN/m}^3 = 0.5 \text{ kN/m}^2$

Contrapiso = $0.03 \text{ m} * 16.0 \text{ kN/m}^3 = 0.48 \text{ kN/m}^2$

Ferro = $0.02 \text{ m} * 19.0 \text{ kN/m}^3 = 0.38 \text{ kN/m}^2$

Outros = $0.0 \text{ m} * 0.0 \text{ kN/m}^3 = 0.0 \text{ kN/m}^2$

Peso próprio da laje = $0.08 \text{ m} * 25.0 \text{ kN/m}^2 = 2.0 \text{ kN/m}^2$

Carga acidental = 3.0 kN/m^2 - *Nenhum informado*

Peso total da laje (Fd,ser) = 6.36 kN/m²

VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS

$$(\text{Fd,ser} * \ell_x^4 * \alpha * 2.46) / (\text{Ecs} * h^3 * 100) \leq \ell_x / 350.0$$

$$(6.36 * 10^3 * 3.3^4 * 4.92 * 2.46) / (24.0 * 10^9 * 0.08^3 * 100) \leq 3.3 / 350.0$$

$$0.00743 \leq 0.00943 \Rightarrow \text{OK!}$$

h = 8.0 cm; Carga = 6.36 kN/m²

- **Solicitação de cálculo (Fd)**

$\text{Fd} = 1.4 * 6.36 = 8.9 \text{ kN/m}^2$

ESFORÇOS ATUANTES NA LAJE

$$\text{Mxd} = (5.77 * 8.9 * 10^3 * 3.3^2) / 100$$

Mxd = 5592.34 N.m/m



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



$$M_{yd} = (2.12 * 8.9 * 10^3 * 3.3^2) / 100$$

$$M_{yd} = 2054.73 \text{ N.m/m}$$

$$X_{xd} = (11.27 * 10^3 * 8.9 * 3.3^2) / 100$$

$$X_{xd} = 10923.0 \text{ N.m/m}$$

VERIFICAÇÃO DA ALTURA ÚTIL MÍNIMA (m)

$$d' = C_{nom} + \phi \ell / 2$$

$$d = h - d'$$

$$d \geq 2 * \text{raiz}(\mu d / (b_w * f_{cd}))$$

$$(0.08 - 0.025) \geq 2 * \text{raiz}(10923.0 / (1 * (25 * 10^6 / 1.4)))$$

$$0.055 \geq 0.049465 \text{ OK !}$$

ARMADURA POSITIVA LX

$$d = 8 - 2.5 = 5.5 \text{ cm}$$

$$K_{MD} = \mu d / (b_w * d^2 * f_{cd}) \quad A_s = \mu d / (KZ * d * f_{yd})$$

$$K_{MD} = 5592.34 / (1 * 0.055^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$K_{MD} = 0.10353 \Rightarrow KZ = 0.9339$$

$$A_s = 5592.34 / (0.9339 * 0.055 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 2.5E-4 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow A_s = 2.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s\text{Máx}} = (4/100) * 100 * 8 = 32 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s\text{Min}} = (0.15/100) * 100 * 8 = 1.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

• Verificação da área de aço

$$1.2 \leq 2.5 \leq 32 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$A_s = 2.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ARMADURA POSITIVA LY

$$d = 8 - 2.5 = 5.5 \text{ cm}$$

$$K_{MD} = \mu d / (b_w * d^2 * f_{cd}) \quad A_s = \mu d / (KZ * d * f_{yd})$$

$$K_{MD} = 2054.73 / (1 * 0.055^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$K_{MD} = 0.03804 \Rightarrow KZ = 0.9759$$

$$A_s = 2054.73 / (0.9759 * 0.055 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 8.8E-5 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow A_s = 0.88 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{NAO OK!} \Rightarrow \text{adote a } A_{s\text{Min}}$$

$$A_s = 1.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

DETALHAMENTO EM LX

$$A_s = 2.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$D_{\text{máx}} \leq (8 / 8) \Rightarrow \mathbf{10.0 \text{ mm}}$$

$$S_{\text{máx}} \leq (2 * 8; 20 \text{ cm}) \Rightarrow \mathbf{16.0 \text{ cm}}$$

• Definição da bitola

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 2.5 \cong 7.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 2.5 \cong 12.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 8.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.5 / 2.5 \cong 20.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ N} \checkmark \text{ OK!}$$

Bitola de $\emptyset 6.3 \text{ mm}$

• Número de barras

$$(vL / s) + 1 \Rightarrow (480.0 / 12.0) + 1 = 41.0$$

Total de 41 barras.

• Comprimento da barra

$$a \geq (6 \text{ cm}; (10 * 6.3))$$

$$a = \mathbf{6.3 \text{ cm}}$$

$$C = 315.0 + 2 * 6.3 \Rightarrow 328 \text{ cm}$$

• Resumo da armadura positiva em LX

41 N3 $\emptyset 6.3$ C/12 (328)

DETALHAMENTO EM LY

$$A_s = 1.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$D_{\text{máx}} \leq 10.0 \text{ mm}$$

$$S_{\text{máx}} \leq 16.0 \text{ cm}$$

• Definição da bitola



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 1.2 \cong 16.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 1.2 \cong 26.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ N} \text{ OK!}$$

Bitola de $\emptyset 5.0 \text{ mm}$

• Número de barras

$$(\nu L / s) + 1 \Rightarrow (315.0 / 16.0) + 1 = 20.69$$

Total de 21 barras.

• Comprimento da barra

$$a \geq (6 \text{ cm}; (10 * 5.0))$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$C = 480.0 + 2 * 6.0 \Rightarrow 492 \text{ cm}$$

• Resumo da armadura positiva em LY

21 N4 $\emptyset 5.0$ C/16 (492)

LAJE L03

CLASSIFICAÇÃO QUANTO A FLEXÃO E AO APOIO.

Caso: 4

$$\lambda = (\ell_y / \ell_x) \rightarrow \lambda = 415.0 / 320.0 \Rightarrow \lambda = 1.3$$

ALTURA MÍNIMA

h = 8 cm - Para laje de piso não em balanço.

CARGAS ATUANTES

• Cargas permanentes (g)

$$\text{Piso} = 0.01 \text{ m} * 50.0 \text{ kN/m}^3 = 0.5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Contrapiso} = 0.03 \text{ m} * 16.0 \text{ kN/m}^3 = 0.48 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Forro} = 0.02 \text{ m} * 19.0 \text{ kN/m}^3 = 0.38 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Outros} = 0.0 \text{ m} * 0.0 \text{ kN/m}^3 = 0.0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Peso próprio da laje} = 0.08 \text{ m} * 25.0 \text{ kN/m}^2 = 2.0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Carga acidental} = 3.0 \text{ kN/m}^2 - \text{Nenhum informado}$$

$$\text{Peso total da laje (Fd,ser)} = 6.36 \text{ kN/m}^2$$



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS

$$(F_{d,ser} * \ell_x^4 * \alpha * 2.46) / (E_{cs} * h^3 * 100) \leq \ell_x / 350.0$$

$$(6.36 * 10^3 * 3.2^4 * 3.73 * 2.46) / (24.0 * 10^9 * 0.08^3 * 100) \leq 3.2 / 350.0$$

$$0.00498 \leq 0.00914 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$h = 8.0 \text{ cm}; \text{ Carga} = 6.36 \text{ kN/m}^2$$

• Solicitação de cálculo (Fd)

$$F_d = 1.4 * 6.36 = 8.9 \text{ kN/m}^2$$

ESFORÇOS ATUANTES NA LAJE

$$M_{xd} = (4.16 * 8.9 * 10^3 * 3.2^2) / 100$$

$$M_{xd} = 3791.26 \text{ N.m/m}$$

$$M_{yd} = (2.69 * 8.9 * 10^3 * 3.2^2) / 100$$

$$M_{yd} = 2451.56 \text{ N.m/m}$$

$$X_{xd} = (9.37 * 10^3 * 8.9 * 3.2^2) / 100$$

$$X_{xd} = 8539.44 \text{ N.m/m}$$

$$X_{yd} = (7.81 * 10^3 * 8.9 * 3.2^2) / 100$$

$$X_{yd} = 7117.72 \text{ N.m/m}$$

VERIFICAÇÃO DA ALTURA ÚTIL MÍNIMA (m)

$$d' = C_{nom} + \emptyset \ell / 2$$

$$d = h - d'$$

$$d \geq 2 * \text{raiz}(\mu d / (b_w * f_{cd}))$$

$$(0.08 - 0.025) \geq 2 * \text{raiz}(8539.44 / (1 * (25 * 10^6 / 1.4)))$$

$$0.055 \geq 0.043736 \text{ OK !}$$

ARMADURA POSITIVA LX

$$d = 8 - 2.5 = 5.5 \text{ cm}$$

$$K_{MD} = \mu d / (b_w * d^2 * f_{cd}) \quad A_s = \mu d / (KZ * d * f_{yd})$$

$$K_{MD} = 3791.26 / (1 * 0.055^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$K_{MD} = 0.07019 \Rightarrow KZ = 0.9537$$

$$A_s = 3791.26 / (0.9537 * 0.055 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 1.66E-4 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow A_s = 1.66 \text{ cm}^2/\text{m}$$



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



$$A_{sM\acute{a}x} = (4/100) * 100 * 8 = 32 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sMin} = (0,15/100) * 100 * 8 = 1.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

• **Verificação da área de aço**

$$1.2 \leq 1.66 \leq 32 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$A_s = 1.66 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ARMADURA POSITIVA LY

$$d = 8 - 2.5 = 5.5 \text{ cm}$$

$$KMD = \mu d / (b_w * d^2 * f_{cd}) \quad A_s = \mu d / (KZ * d * f_{yd})$$

$$KMD = 2451.56 / (1 * 0.055^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$\mathbf{KMD = 0.04538 \Rightarrow KZ = 0.9697}$$

$$A_s = 2451.56 / (0.9697 * 0.055 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 1.06E-4 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow \mathbf{A_s = 1.06 \text{ cm}^2/\text{m}} \Rightarrow \text{NAO OK!} \Rightarrow \text{adote a } A_{sMin}$$

$$A_s = 1.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

DETALHAMENTO EM LX

$$A_s = 1.66 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$D_{m\acute{a}x} \leq (8 / 8) \Rightarrow \mathbf{10.0 \text{ mm}}$$

$$S_{m\acute{a}x} \leq (2 * 8; 20 \text{ cm}) \Rightarrow \mathbf{16.0 \text{ cm}}$$

• **Definição da bitola**

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 1.66 \cong 11.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 1.66 \cong 18.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ N\~{O} OK!}$$

Bitola de $\emptyset 5.0 \text{ mm}$

• **Número de barras**

$$(vL / s) + 1 \Rightarrow (400.0 / 11.0) + 1 = 37.36$$

Total de 38 barras.

• **Comprimento da barra**

$$a \geq (6 \text{ cm}; (10 * 5.0))$$

$$\mathbf{a = 6 \text{ cm}}$$



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



$$C = 305.0 + 2 * 6.0 \Rightarrow 317 \text{ cm}$$

- **Resumo da armadura positiva em LX**

38 N5 Ø 5.0 C/11 (317)

DETALHAMENTO EM LY

$$As = 1.2 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$D_{\text{máx}} \leq 10.0 \text{ mm}$$

$$S_{\text{máx}} \leq 16.0 \text{ cm}$$

- **Definição da bitola**

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 1.2 \cong 16.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 1.2 \cong 26.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ Ñ OK!}$$

Bitola de Ø 5.0 mm

- **Número de barras**

$$(vL / s) + 1 \Rightarrow (305.0 / 16.0) + 1 = 20.06 \Rightarrow \text{Arredondou para 20, diferença} < 0.10$$

Total de 20 barras.

- **Comprimento da barra**

$$a \geq (6 \text{ cm}; (10 * 5.0))$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$C = 400.0 + 2 * 6.0 \Rightarrow 412 \text{ cm}$$

- **Resumo da armadura positiva em LY**

20 N6 Ø 5.0 C/16 (412)

LAJE L04

CLASSIFICAÇÃO QUANTO A FLEXÃO E AO APOIO.

Caso: 4

$$\lambda = (\ell_y / \ell_x) \rightarrow \lambda = 425.0 / 415.0 \Rightarrow \lambda = 1.02$$

ALTURA MÍNIMA

h = 8 cm - Para laje de piso não em balanço.

CARGAS ATUANTES

• Cargas permanentes (g)

$$\text{Piso} = 0.01 \text{ m} * 50.0 \text{ kN/m}^3 = 0.5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Contrapiso} = 0.03 \text{ m} * 16.0 \text{ kN/m}^3 = 0.48 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Forro} = 0.02 \text{ m} * 19.0 \text{ kN/m}^3 = 0.38 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Outros} = 0.0 \text{ m} * 0.0 \text{ kN/m}^3 = 0.0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Peso próprio da laje} = 0.08 \text{ m} * 25.0 \text{ kN/m}^2 = 2.0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Carga acidental} = 3.0 \text{ kN/m}^2 - \text{Nenhum informado}$$

$$\text{Peso total da laje (Fd,ser)} = 6.36 \text{ kN/m}^2$$

VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS

$$(\text{Fd,ser} * \ell_x^4 * \alpha * 2.46) / (\text{Ecs} * h^3 * 100) \leq \ell_x / 350.0$$

$$(6.36 * 10^3 * 4.15^4 * 2.67 * 2.46) / (24.0 * 10^9 * 0.08^3 * 100) \leq 4.15 / 350.0$$

$$0.01008 \leq 0.01186 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$h = 8.0 \text{ cm}; \text{Carga} = 6.36 \text{ kN/m}^2$$

• Solicitação de cálculo (Fd)

$$\text{Fd} = 1.4 * 6.36 = 8.9 \text{ kN/m}^2$$

ESFORÇOS ATUANTES NA LAJE

$$\text{Mxd} = (3.05 * 8.9 * 10^3 * 4.15^2) / 100$$

$$\text{Mxd} = 4675.05 \text{ N.m/m}$$

$$\text{Myd} = (2.81 * 8.9 * 10^3 * 4.15^2) / 100$$

$$\text{Myd} = 4307.18 \text{ N.m/m}$$

$$\text{Xxd} = (7.43 * 10^3 * 8.9 * 4.15^2) / 100$$

$$\text{Xxd} = 11388.72 \text{ N.m/m}$$

$$\text{Xyd} = (7.18 * 10^3 * 8.9 * 4.15^2) / 100$$

$$\text{Xyd} = 11005.52 \text{ N.m/m}$$

VERIFICAÇÃO DA ALTURA ÚTIL MÍNIMA (m)

$$d' = C_{nom} + \phi \ell / 2$$

$$d = h - d'$$



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE



$$d \geq 2 \cdot \text{raiz}(\mu d / (b w \cdot f c d))$$

$$(0.08 - 0.025) \geq 2 \cdot \text{raiz}(11388.72 / (1 \cdot (25 \cdot 10^6 / 1.4)))$$

$$0.055 \geq 0.050508 \text{ OK !}$$

ARMADURA POSITIVA LX

$$d = 8 - 2.5 = 5.5 \text{ cm}$$

$$KMD = \mu d / (b w \cdot d^2 \cdot f c d) \quad A_s = \mu d / (KZ \cdot d \cdot f y d)$$

$$KMD = 4675.05 / (1 \cdot 0.055^2 \cdot (25 \cdot 10^6 / 1.4))$$

$$KMD = 0.08655 \Rightarrow KZ = 0.9439$$

$$A_s = 4675.05 / (0.9439 \cdot 0.055 \cdot (500 \cdot 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 2.07 \text{E-4 m}^4/\text{m} \Rightarrow A_s = 2.07 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s\text{Máx}} = (4/100) \cdot 100 \cdot 8 = 32 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s\text{Min}} = (0.15/100) \cdot 100 \cdot 8 = 1.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

• Verificação da área de aço

$$1.2 \leq 2.07 \leq 32 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$A_s = 2.07 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ARMADURA POSITIVA LY

$$d = 8 - 2.5 = 5.5 \text{ cm}$$

$$KMD = \mu d / (b w \cdot d^2 \cdot f c d) \quad A_s = \mu d / (KZ \cdot d \cdot f y d)$$

$$KMD = 4307.18 / (1 \cdot 0.055^2 \cdot (25 \cdot 10^6 / 1.4))$$

$$KMD = 0.07974 \Rightarrow KZ = 0.9505$$

$$A_s = 4307.18 / (0.9505 \cdot 0.055 \cdot (500 \cdot 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 1.89 \text{E-4 m}^4/\text{m} \Rightarrow A_s = 1.89 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{OK!}$$

$$A_s = 1.89 \text{ cm}^2/\text{m}$$

DETALHAMENTO EM LX

$$A_s = 2.07 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$D_{\text{máx}} \leq (8 / 8) \Rightarrow 10.0 \text{ mm}$$

$$S_{\text{máx}} \leq (2 \cdot 8; 20 \text{ cm}) \Rightarrow 16.0 \text{ cm}$$

• Definição da bitola



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 2.07 \cong 9.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 2.07 \cong 15.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 8.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.5 / 2.07 \cong 24.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ Ñ OK!}$$

Bitola de $\emptyset 6.3 \text{ mm}$

• Número de barras

$$(vL / s)+1 \Rightarrow (410.0 / 15.0)+1 = 28.33$$

Total de 29 barras.

• Comprimento da barra

$$a \geq (6 \text{ cm}; (10 * 6.3))$$

$$a = 6.3 \text{ cm}$$

$$C = 400.0 + 2 * 6.3 \Rightarrow 413 \text{ cm}$$

• Resumo da armadura positiva em LX

29 N7 $\emptyset 6.3$ C/15 (413)

DETALHAMENTO EM LY

$$A_s = 1.89 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$D_{\text{máx}} \leq 10.0 \text{ mm}$$

$$S_{\text{máx}} \leq 16.0 \text{ cm}$$

• Definição da bitola

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 1.89 \cong 10.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 1.89 \cong 16.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 8.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.5 / 1.89 \cong 26.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ Ñ OK!}$$

Bitola de $\emptyset 6.3 \text{ mm}$

• Número de barras

$$(vL / s)+1 \Rightarrow (400.0 / 16.0)+1 = 26.0$$

Total de 26 barras.

• **Comprimento da barra**

$$a \geq (6 \text{ cm}; (10 * 6.3))$$

$$a = 6.3 \text{ cm}$$

$$C = 410.0 + 2 * 6.3 \Rightarrow 423 \text{ cm}$$

• **Resumo da armadura positiva em LY**

26 N8 Ø 6.3 C/16 (423)

ENCONTRO DA L02 COM L03

Maiores momentos entre as lajes = 10923.0 N.m/m

$$KMD = 10923.0 / (1 * 0.055^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$\mathbf{KMD = 0.20221 \Rightarrow KZ = 0.8597}$$

$$A_s = 10923.0 / (0.8597 * 0.055 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 5.31E-4 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow \mathbf{A_s = 5.31 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

• **Cálculo do D_{máx} e S_{máx}** - utiliza a menor altura entre as lajes.

$$D_{\text{máx}} \leq (8 / 8) \Rightarrow \mathbf{1.0 \text{ cm.}}$$

$$S_{\text{máx}} \leq (2 * 8; 20 \text{ cm}) \Rightarrow \mathbf{16.0 \text{ cm}}$$

• **Definição da bitola**

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 5.31 \cong 3.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 5.31 \cong 6.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 8.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.5 / 5.31 \cong 9.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 10.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.8 / 5.31 \cong 15.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 12.5 \text{ mm} \Rightarrow 1.25 / 5.31 \cong 23.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ \textasciitilde OK!}$$

Bitola de Ø 10.0 mm

• **Número de barras**

$$(vL / s)+1 \Rightarrow (305.0 / 15.0)+1 = 21.33$$

Total de 22 barras.

• Comprimento da barra

$$C = 0,25 * \ell_x + \ell_b + \ell_g$$

$$\ell_g = 8 - 2 * 2.0 \Rightarrow 4.0 \text{ cm}$$

$$\ell_b = 26.0 \text{ cm}$$

• Comprimento da L02

$$C = 0.25 * 330 + 26.0 + 4.0 \Rightarrow 113 \text{ cm}$$

• Comprimento da L03

$$C = 0.25 * 320 + 26.0 + 4.0 \Rightarrow 110 \text{ cm}$$

• Resumo da armadura negativa - L02 COM L03

$$4 | 22 \text{ N9 } \varnothing 10.0 \text{ mm C/15.0 cm (223)} | 4$$

ENCONTRO DA L02 COM L04

Maior momentos entre as lajes = 11388.72 N.m/m

$$KMD = 11388.72 / (1 * 0.055^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$\mathbf{KMD = 0.21083 \Rightarrow KZ = 0.8515}$$

$$As = 11388.72 / (0.8515 * 0.055 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$As = 5.59E-4 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow \mathbf{As = 5.59 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

• Cálculo do D_{máx} e S_{máx} - utiliza a menor altura entre as lajes.

$$D_{máx} \leq (8 / 8) \Rightarrow \mathbf{1.0 \text{ cm.}}$$

$$S_{máx} \leq (2 * 8; 20 \text{ cm}) \Rightarrow \mathbf{16.0 \text{ cm}}$$

• Definição da bitola

$$\varnothing 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 5.59 \cong 3.0 \text{ cm}$$

$$\varnothing 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 5.59 \cong 5.0 \text{ cm}$$

$$\varnothing 8.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.5 / 5.59 \cong 9.0 \text{ cm}$$



UNIVERSIDADE
DE RIO VERDE

$$\emptyset 10.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.8 / 5.59 \cong 14.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 12.5 \text{ mm} \Rightarrow 1.25 / 5.59 \cong 22.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ N} \text{ OK!}$$

Bitola de $\emptyset 10.0 \text{ mm}$

• Número de barras

$$(vL / s) + 1 \Rightarrow (160.0 / 14.0) + 1 = 12.43$$

Total de 13 barras.

• Comprimento da barra

$$C = 0,25 * \ell_x + \ell_b + \ell_g$$

$$\ell_g = 8 - 2 * 2.0 \Rightarrow 4.0 \text{ cm}$$

$$\ell_b = 26.0 \text{ cm}$$

• Comprimento da L02

$$C = 0.25 * 330 + 26.0 + 4.0 \Rightarrow 113 \text{ cm}$$

• Comprimento da L04

$$C = 0.25 * 415 + 26.0 + 4.0 \Rightarrow 134 \text{ cm}$$

• **Resumo da armadura negativa - L02 COM L04**

$$4 \mid 13 \text{ N}10 \emptyset 10.0 \text{ mm } C/14.0 \text{ cm } (247) \mid 4$$

ENCONTRO DA L03 COM L04

Maior momentos entre as lajes = 11005.52 N.m/m

$$KMD = 11005.52 / (1 * 0.055^2 * (25 * 10^6 / 1.4))$$

$$KMD = 0.20374 \Rightarrow KZ = 0.8597$$

$$A_s = 11005.52 / (0.8597 * 0.055 * (500 * 10^6 / 1.15))$$

$$A_s = 5.35E-4 \text{ m}^4/\text{m} \Rightarrow A_s = 5.35 \text{ cm}^2/\text{m}$$

• Cálculo do $D_{\text{máx}}$ e $S_{\text{máx}}$ - utiliza a menor altura entre as lajes.

$$D_{\text{máx}} \leq (8 / 8) \Rightarrow 1.0 \text{ cm.}$$

$$S_{\text{máx}} \leq (2 * 8; 20 \text{ cm}) \Rightarrow 16.0 \text{ cm}$$

• **Definição da bitola**

$$\emptyset 5.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.196 / 5.35 \cong 3.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 6.3 \text{ mm} \Rightarrow 0.315 / 5.35 \cong 5.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 8.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.5 / 5.35 \cong 9.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 10.0 \text{ mm} \Rightarrow 0.8 / 5.35 \cong 15.0 \text{ cm}$$

$$\emptyset 12.5 \text{ mm} \Rightarrow 1.25 / 5.35 \cong 23.0 \text{ cm} > 16.0 \text{ Ñ OK!}$$

Bitola de $\emptyset 10.0 \text{ mm}$

• **Número de barras**

$$(vL / s) + 1 \Rightarrow (400.0 / 15.0) + 1 = 27.67$$

Total de 28 barras.

• **Comprimento da barra**

$$C = 0,25 * \ell_x + \ell_b + \ell_g$$

$$\ell_g = 8 - 2 * 2.0 \Rightarrow 4.0 \text{ cm}$$

$$\ell_b = 26.0 \text{ cm}$$

• **Comprimento da L03**

$$C = 0.25 * 320 + 26.0 + 4.0 \Rightarrow 110 \text{ cm}$$

• **Comprimento da L04**

$$C = 0.25 * 415 + 26.0 + 4.0 \Rightarrow 134 \text{ cm}$$

• **Resumo da armadura negativa - L03 COM L04**

4 | 28 N11 $\emptyset 10.0 \text{ mm}$ C/15.0 cm (244) | 4
